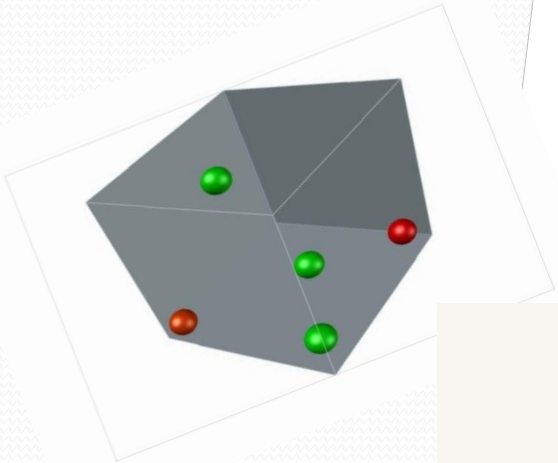
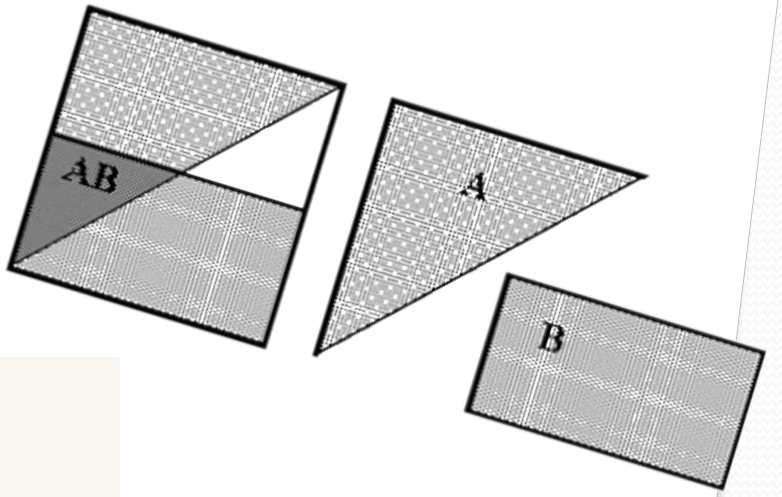
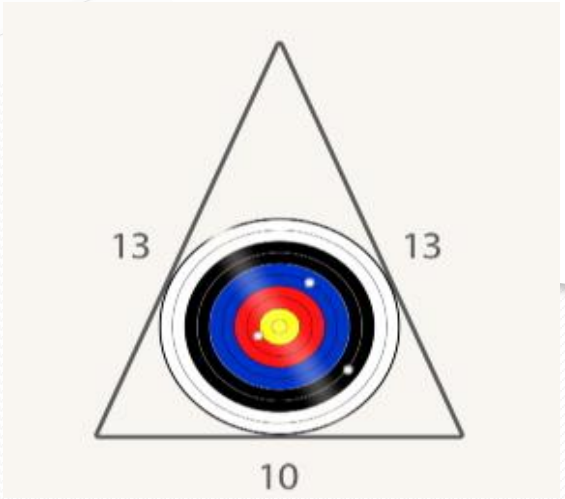
# ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ И СТАТИСТИЧЕСКАЯ ВЕРОЯТНОСТЬ






Попова Елена Юрьевна, учитель математики МАОУ СОШ № 5

# Задачи на вероятность

Для контроля качества изделий из партии наугад выбрано 100 изделий, среди которых 3 изделия оказались бракованными. Определить вероятность брака.

**(статистическая вероятность)**

Фабрика выпускает сумки. В среднем 3 сумки из 100 имеют скрытые дефекты. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется с дефектами.

**(классическая вероятность)**

В некотором городе из 5000 появившихся на свет младенцев 2512 мальчиков. Найдите частоту рождения девочек в этом городе. Результат округлите до тысячных.

**(статистическая вероятность)**

На отрезок [0;1] наудачу бросается случайная точка. Какова вероятность того, что она попадёт в промежуток [0,4; 0,7]?

**(геометрическая вероятность)**

# Задачи на статистическую вероятность.

При проведении контроля качества среди 1000 случайно отобранных деталей оказалось 5 бракованных. Сколько бракованных деталей следует ожидать среди 25 000 деталей?

- По результатам контроля можно оценить вероятность
  события A={*произведенная деталь бракованная*}. Приближенно она будет равна его частоте:
  $P(A) = 5/1000=0,005.$

- Следует ожидать такую частоту и в будущем, поэтому среди 25 000 деталей окажется около
  $25\,000 \cdot 0,005 = 125$ бракованных.

Для пошива школьных форм было заказано 2200 пуговиц. При проверке партии из 500 пуговиц было обнаружено 6 бракованных. Какое наименьшее количество запасных пуговиц необходимо еще заказать, чтобы исключить брак?

Статистическая частота брака будет составлять 6/500 , тогда среди 2200 пуговиц число бракованных $2200 \cdot 6/500=26,4$. Округлив это число до наибольшего ближайшего целого, получим 27 пуговиц.

Ответ: 27 запасных пуговиц.

Из озера выловили 86 рыб, которых пометили и отпустили обратно в озеро. Через неделю произвели повторный отлов, на этот раз поймали 78 рыб, среди которых оказалось 6 помеченных. Сколько приблизительно рыб живет в озере?

- Оказывается, найти ответ на этот неожиданный вопрос совсем несложно.
- В самом деле: обозначим неизвестную нам численность рыб в озере через N.
- Тогда вероятность поймать помеченную рыбу в озере будет 86/N.
- С другой стороны, эта вероятность должна приближенно равняться полученной во втором улове частоте: 86/N=6/78.
- Отсюда N = 86 • 78 / 6 = 1118.

# Геометрическая вероятность.

В предыдущих задачах количество испытаний, для которых мы вычисляли вероятность, было конечно, но как быть в случае когда у нас бесконечное число, то есть $n=\infty$.

Одним из способов вычисления таких вероятностей является, так называемая, геометрическая вероятность.

# Определение геометрической вероятности

Всё очень похоже на определение классической вероятности: вероятность наступления некоторого события A в испытании равна отношению

$$P(A) = \frac{g}{G}$$

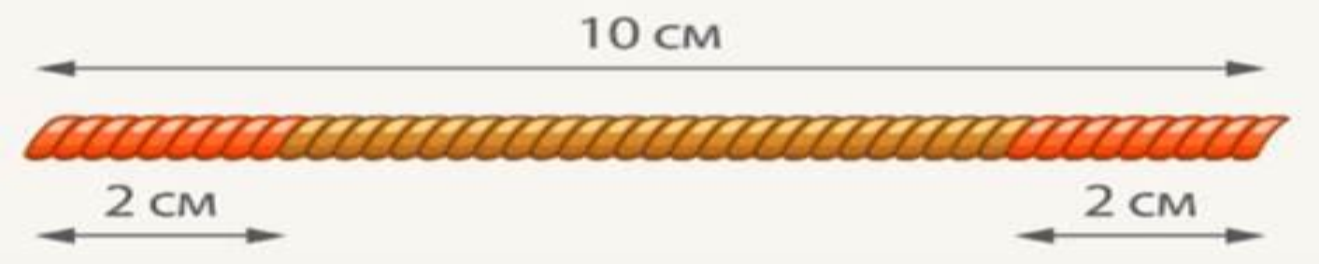
, где G– *геометрическая мера*, выражающая общее число всех возможных и равновозможных исходов данного испытания, а g– *мера,* выражающая количество благоприятствующих событию A исходов. На практике в качестве такой геометрической меры чаще всего выступает длина или площадь, реже – объём.

# Задачи на геометрическую вероятность.

На отрезок [0;1] наудачу бросается случайная точка. Какова вероятность того, что она попадёт в промежуток [0,4; 0,7]?

- Рассмотрим событие:  – брошенная на отрезок [0;1] точка, попала в промежуток [0,4;0,7]. Очевидно, что общее число исходов выражается длиной большего отрезка: L=1 , а благоприятствующие событию исходы – длиной вложенного отрезка: l=0,7 - 0,4=0,3. По определению геометрической вероятности:
- $$P(A) = \frac{0,3}{1} = 0,3$$

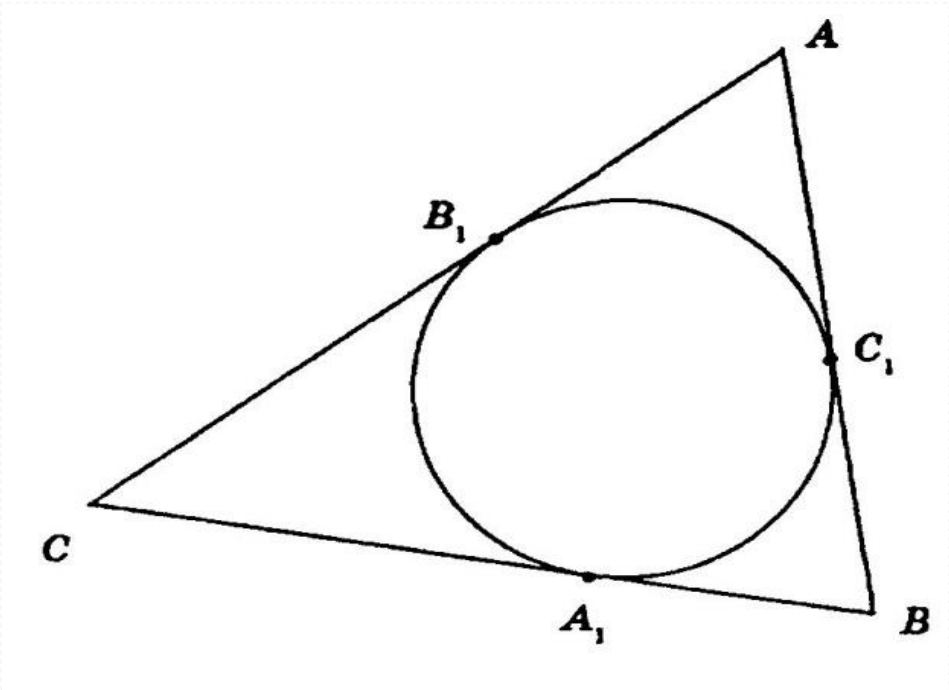
Дана нитка длиной 10 см. Нитка порвалась в случайном месте. Какова вероятность того, что после обрыва имеется часть нитки длиной не менее 8 см?




благоприятные исходы – это объединение двух множеств, отмеченных красным цветом на рисунке, то есть множество меры 4 см. Исходное множество имеет меру (длину) 10 см, поэтому вероятность того, что после обрыва имеется часть нитки длиной не менее 8 см равна:

$$p = \frac{4}{10} = 0{,}4$$

*В треугольник со сторонами a=9, b=13, c=16 вписан круг. Точка М произвольно ставится в треугольник. Найти вероятность того, что точка попадёт в круг.*



*В треугольник со сторонами a=9, b=13, c=16 вписан круг. Точка М произвольно ставится в треугольник. Найти вероятность того, что точка попадёт в круг.*

- Поскольку точка ставится в треугольник, а круг лежит внутри, то общему числу исходов соответствует площадь треугольника, а множеству благоприятствующих исходов – площадь вписанного круга.

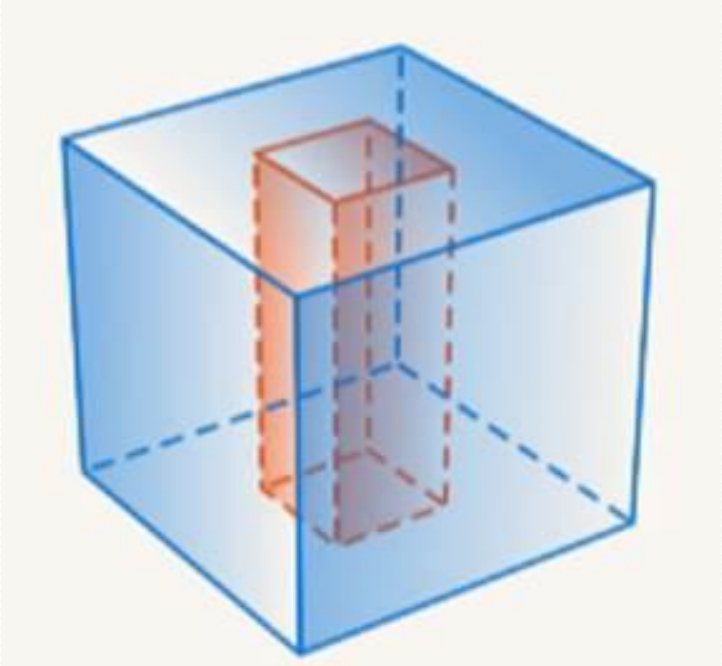
$$S_т = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \qquad S_т = 6\sqrt{95}\ \text{ед}^2$$

$$S_к = \pi R^2 \quad \text{где} \quad R = \frac{S_т}{p} \qquad S_к = \frac{180\pi}{19}\ \text{ед}^2$$

И тогда искомая вероятность:

$$P = \frac{S_к}{S_т} = \frac{\frac{180\pi}{19}\ \text{ед}^2}{6\sqrt{95}\ \text{ед}^2} \approx 0{,}51$$

Комар находится в закрытой кубической комнате со стороной 3 м. В течение некоторого времени он свободно летает по комнате, после чего он может равновероятно оказаться в любой точке комнате. Какова вероятность того, что через час он будет находиться на расстоянии не более метра от стены?



Благоприятные исходы – это когда комар находится на расстоянии не более метра от какой-либо стены. Нам дан куб со стороной 3 м. Разделим его на две зоны - та, в которой для любой точки расстояние до всех стен более метра, и та, в которой лежат все остальные точки комнаты.

Случайным образом выбирают одно из решений неравенства $|x-5|\leq 2$, какова вероятность, того что это решение окажется решением неравенства $|x-2|\leq 13$.

**Решение.** Что такое модуль с геометрической точки зрения? Правильно он показывает расстояние между точками стоящими под знаком модуля. $|x-5|\leq 2$ – означает что расстояние между x и 5 расстояние не больше 2. Изобразим решение неравенства:

Длина получившегося отрезка равна 4.

По аналогии $|x-2|\leq 13$ – означает что расстояние между x и 2 расстояние не больше 13.

Длина получившегося отрезка 24.

Давайте наложим отрезки друг на друга:

Решения неравенства $|x-5|\leq 2$ составляют лишь шестую часть от решений неравенства $|x-2|\leq 13$. Значит, требуемая вероятность и равна 1/6.

**Ответ**: 1/6.